**אסמכתא**

**שאלה 1:**

א) ו-

ב) ו-

ג) ו-

*ד)*  ו-

*ה)*  ו-

*ו)*  ו-

*ז)*  ו-

*ח)*  ו-

***שאלה 2:***

*הסבר מעברים:*

1. *הגדרת ההפרש הסימטרי.*
2. *שימוש בזהות מוכרת מעמ' 23 בספר****).***
3. ***דיסטריבוטיביות האיחוד מעל החיתוך כשמתיחסים ל כקבוצה אחת מאוחדת עם .***
4. ***דיסטריבוטיביות האיחוד מעל החיתוך.***
5. *זהות מוכרת מעמ' 22 (****).***
6. *, כי: x שייך אמ"מ הוא שייך לA ולU וזה אמ"מ איקס שייך לA (אם הוא בA ובU אז הוא בA בגלל שאם נניח בשלילה שלא אז בטבלת האמת של הקוניונקציה ערך הפסוק "איקס בA ובU" הוא שקר ולכן "לא(איקס בA ובU)" וזאת סתירה ולכן הנחת השלילה היתה שגויה ולכן אם הוא בA ובU אז הוא בA. הכיוון השני: אם האיקס בA אז הוא בA ובU כי כל איקס בדיון הוא בU).*
7. *כלל דה-מורגן*
8. *שוב*
9. ***קומוטטיביות החיתוך.***
10. *הגדרת ההפרש הסימטרי*
11. *הגדרת האיחוד*
12. *הגדרת הפרש קבוצות+אם (ב' אמ"מ ג') אז ( (א' או ב') אמ"מ (א' או ג') )*
13. *כיוון משמאל לימין:*

*אם אז: הוא אמת(כי ) ו*

*"לא" גם הוא אמת כי איקס בB הוא שקר ולכן*

*הוא שקר ו"לא " הוא אמת.*

ללא הגבלת הכלליות אם אז:  *הוא אמת.*

*כיוון מימין לשמאל:*

*הוא אמת וגם () הוא אמת בגלל ש*

*הוא אמת ולפי כללי דה-מורגן לפסוקים () הוא אמת. מזה ש"" אמת וגם () הוא אמת ברור שאם איקס בB אז הוא לא בA כי נניח שלא ואז מקבלים שאיקס בB והוא בA ואז הן זה "" הוא שקר והן"" הוא שקר ולכן אם x שייך לB אז הוא לא בA ולכן "" הוא אמת וכל אגף שמאל הוא אמת. ללא הגבלת הכלליות אם איקס בB אז הוא אינו בA ושוב באותו האופן מקבלים שאגף שמאל אמת.*

1. *הגדרת האיחוד והגד החיתוך ו p שקול לq אמ"מ לא p שקול לאq.*

*הוכחתי שאיקס שייך לאגף שמאל אמ"מ שייך לאגף ימין ולכן מש"ל.*

*שאלה 3:*

1. ***הפעלת חיתוך עם הקבוצה B' על שתי האגפים***
2. ***דיסטריבוטיביות החיתוך מעל האיחוד***
3. ***חיתוך קבוצה עם המשלים שלה הוא קבוצה ריקה***
4. ***איחוד קבוצה עם קבוצה ריקה הוא הקבוצה עצמה***
5. ***קומוטטיביות החיתוך***
6. ***השיוויון מעמ' 23 למעלה(קב A פחות קב' B שווה לA חיתוך B')***
7. *אותו השיוויון מעמ' 23 למעלה*
8. *איחוד עם הקבוצה B*
9. *דיסט' האיחוד מעל החיתוך*
10. *קבוצה איחוד המשלים שלה שווה לקב' האוניברסלית+חיתוך עם הקבוצה האוניברסלית של קבוצה שווה לקבוצה עצמה*

*הוכחתי שאם אגף ימין אז אגף שמאל וגם אם אגף שמאל אז אגף ימין ולכן אגף ימין אמ"מ אגף שמאל. מש"ל*

***שאלה 4:***

*B1=A2-A1=*

*B2=A3-A2=*

*1- השוויון 1 נכון עבור n גדול או שווה ל1 (ולכן עבור : ) כי:*

*2- הגדרת הפרש קבוצות*

*3-אם x שייך ל אז*

*א' הוא שייך ל ומכאן נובעה (מהגדרת הקבוצה x שייך אליה אם"ם x בR, הוא גדול או שווה מ5 והוא קטן שווה 2n+5 ולכן ).*

*ב' הוא לא שייך ל וזה קורה* ***אמ"מ*** *לא ( ו) וזה* ***אמ"מ*** *((לא ) או (לא)). אם לא אז לא או לא ,לפי כללי דה מורגאן בפסוקים, ואילו זה פסוק שקר כי x גדול שווה 5(בדומה לא' מהפסוק מקבלים שאיקס כן גדול שווה 5) ואיקס בR גם מתקבל בקלות מהפסוק השמאלי ואם כך אז לא איקס גדול מ5 הוא שקר וגם לא איקס בR הוא שקר ולכן הדיסיונקציה שלהם גם היא שקר לפי טבלת האמת של הדיסיונקציה ולכן "לא לא " הוא אמת וכאשר אחד הדיסיונקטים שקר ואילו הדיסיונקציה עצמה אמת אז הדיסיונקט השני אמת ולכן "לא" הוא אמת ולכן 3x>2n+.*

*בכיוון השני מכיוון שn גדול שווה 1, 3 גדול שווה 5 (זאת סדרה חשבונית עולה ממש) ולכן איקס גדול מ5 ולכן איקס גדול או שווה 5.לכן האיקס שייך ל.*

*האיקס מקיים "" ולכן לא איקס גדול או שווה ל2n+3 ולכן האיקס לא שייך ל.*

*4-מהגדרת הקבוצה*

*ואילו עבור n שווה 0: .*

*הוכחה:*

*1-*אם אגף שמאל אמת אז קיים n, אקרא לו n', גדול או שווה 2 (כי הוא איבר של ) ועבורו . כיוון ש סדרה חשבונית עולה ממש בדילוגים של2 אז 2n'+3 גדול או שווה ל2\*2+3=7 ואילו הx גדול מ2n'+3 ולכן גדול מ7. לגבי x שייך לR זה נובע מ.

אם אגף ימין אמת אז x מורכב ממספר טבעי, אקרא לו n', ומשארית הקטנה מ1 וגדולה או שווה 0. n' מספר טבעי והוא 7לכל הפחות שכן איקס גדול מ7 ולכן הוא או קטן מ8 וגדול מ7 ואז הn' הוא 7 או שהוא 8 ומעלה ואז n'גדול מ7. במידה וn' אי זוגי הוא איבר בסדרת 2n+3 שהיא סדרת כל האי זוגיים המתחילים ב7 ואז הn שעבורו 2n+3=n' , אקרע לו n'', הוא טבעי הגדול או שווה 2 ועבורו האיקס שייך ל . אם הn' הוא מספר זוגי אז עבור n'''=n'-1, n''' הוא איבר בסדרת 2n+3 המתחילה ב7, אסמן את n שעבורו n'''=2n+3 בn''. X שייך ל וn'' גדול שווה 2 והוא טבעי. הראתי שבכל אחד מ2 המקרים האפשריים, עבור x שמקיים את אגף ימין, קיים n שהוא מספר טבעי גדול שווה 2 שעבורו אמת, ולכן אגף שמאל אמת.

2-לפי הגדרת איקס שייך ל.

הראתי ש:, פסוק השקול ל" וגם " אשר בטורו שקול ל"וגם " אשר שקול ל*. מש"ל*

1. *נסוח כלל אחד:*

*תהא משפחת קבוצות המקיימת לכל , אז*

הוכחת הכלל:

*1-הגדרת החיתוך של קבוצת קבוצות, קבוצת הקבוצות במקרה הזה היא קבוצת משלימי הקבוצותAi לכל iבI.*

*2-ע"י דה מורגן לכמתים ושימוש בעוד שקילויות מקבלים את המעבר הזה, זהו כלל מוכר וגם מופיע בחוברת לוגיקה בעמ' 36 למטה.*

*3- אם אגף שמאל קורה זה גורר את אגף ימין כי: אם נניח שלא אז נכון הפסוק"אגף שמאל וגם לא פסוק ימין" ולכן יש i בI אשר x שייך עבורו לAi, לפי כלל ידוע מהספר אם x שייך ל Ai אינו שייך לAi' ולכן יש iבI שעבורו x לא שייך לAi' וזאת סתירה עם "לא" שהנחנו שהוא נכון. ואם אגף ימין קורה אז אגף שמאל קורה(באותו אופן כמו עם הכיוון מאגף שמאל לימין יש להניח שלא נכון ואז נכון הפסוק אגף ימין וגם לא אגף שמאל ואז מאגף שמאל מקבלים שיש i בI אשר עבורו xלא שייך לAi' שזה לפי אותו הכלל מהספר גורר שx שייך לAi עבור אותו הi ולכן פסוק באגף ימין שקר וזה בסתירה לקחת שהוא אמת והשמאלי שקר.*

*4- נכון כי:*

*ולכן*

*, ולכן מ נובע*  כי כל האיקסים בדיון בU ולכן גם הוא. מ נובע וממנו נובע .

1. לפי הגדרה של הפרש קבוצות ואילו

שקול בתורו ללפי הגדרת משלים של קבוצה.

הוכחתי ש ולכן לכל x *ולכן . מש"ל*

*ניסוח כלל שתיים:*

*תהא משפחת קבוצות המקיימת לכל , אז*

הוכחת הכלל:

אגדיר, לאותו הI אשר ב, כך: לכל i בI. היא קבוצה של קבוצות אשר כולן חלקיות לקבוצה האוניברסלית שהAiים מוכלים בא, לכן קבוצת הBi-ים יחד עם הקבוצה האוניברסלית של מקיימת את התנאי של כלל אחד שהוכח למעלה.

ארשום את כלל 1 עבור משפחת קבוצות Bi:

*תהא משפחת קבוצות המקיימת לכל , אז*

התנאי קורה עבור משפחת הBi-ים שהגדרתי ולכן נכון, אתחיל להציב Bi=Ai' בביטוי:

קיבלתי:

אוכיח שעל 2 קבוצות שוות מותר "להפעיל" את פעולת המשלים על 2 אגפי השיוויון בהינתן קבוצה אוניברסלית בדיון:

יהא AוB קבוצות וA=B

1-כידוע (p שקול לq ) אמ"מ ((לא (P שקול (לא (q). x שייך A שקול xשייך B (משוויון AוB) לכן x לא שייך A שקול x לא שייך B. מאגף שמאל נובע וממנו נובע, לפי ההסבר במשפט הקודם, וממנו נובע אגף ימין כי איקס בU כי כל איקס בדיון שייך לU. ללא הגבלת הכלליות מוכיחים את אגף ימין גורר את אגף שמאל. שני האגפים גוררים זה את זה ולכן הם שקולים.

כיוון ש הן קבוצות שוות לפי הטענה שהוכחתי משלימיהם שווים:

קבלתי:

מש"ל

1. כל הBn-ים מוכלים בR(לפי הגדרת Bn x שייך אליו אמ"מ הוא שייך לAn+1 ואינו שייך לAn ולכן מזה נובע שהוא שייך לAn+1 ומהגדרת An+1 נובע ס שייך לR כלאמר Bn מוכל בR), אגדיר את R להיות U (כל הקבוצות בדיון הן תת קבוצות של R לכן היא מתאימה להיות U בדיון).לכן:
2. *לפי הכלל הראשון שהוכחתי בסעיף ד' .*
3. *יהא x שייך לאגף שמאל אז הוא אינו איבר של לכן הואגדול או שווה 7 ובR(משום שכל האיקסים בדיון הם בR). בכיוון השני אם הוא באגף ימין אז הוא גדול שווה 7 ולכן אינו קטן מ7 ולכן אינו ב וכמובן בU כי כל האיקסים בדיון בR=U ולכן הוא באגף שמאל.*